



TITLE:

緩和機構を持ったランダム・ウォークの理論(非線形緩和過程の統計物理,研究会報告)

AUTHOR(S):

原, 啓明

---

CITATION:

原, 啓明. 緩和機構を持ったランダム・ウォークの理論(非線形緩和過程の統計物理,研究会報告). 物性研究 1982, 39(3): C2-C5

ISSUE DATE:

1982-12-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/90812>

RIGHT:

原 啓明

11. 相原正樹 (山口大・教養)

凝縮相における非線形光励起と超高速緩和過程の理論

12. 住 斉 (筑波大・物質)

半導体中の深い不純物準位を介した多重フォノン無輻射再結合によって誘起される動的欠陥反応

⑬ 有光敏彦 (筑波大・物理)・柴田文明 (お茶の水大・理)

レーザーのミクロ理論

14. 富永哲雄 (筑波大・物理)・有光敏彦 (筑波大・物理)

Microscopic Theory of Laser Master Eq. up to 4-th order.

⑮ 富田博之 (京大・教養)・コメント：古川浩 (山口大・教育)

相転移における非線形・非平衡現象

16. 好村滋洋 (広大・総合)

Al-Zn 合金等の相分離過程

17. 川久保達之・新宮原正三・槌屋嘉実 (東工大・理)

散逸構造の形成過程と緩和－渦流形成の場合

18. 小貫 明 (九大・理)

流れのある系の臨界現象

19. 今枝辰博・小貫 明・川崎恭治 (九大・理)

流れのある流体中での相分離と interface

20. 中村勝弘 (福岡工大)・太田成俊 (九大・理)

Gauge Symmetryをもつ系の Domain Wall Dynamics.

21. 横田万里夫 (大阪市大・工)

原子分子及び固体中での量子過程

## 緩和機構を持ったランダム・ウォークの理論

東北大工 原 啓 明

単純な Fokker-Planck (FP) 方程式で記述される拡散現象はランダム・ウォーク (RW) の漸化式によってその素過程を評価出来る。しかし、より現実的な現象では、従来の RW の理論を改良、拡張する必要がある<sup>1)</sup>

今回は、"一般化された RW(GRW)" の理論を適用し、最近 Kawakubo-Tsuchiya<sup>2)</sup> によって報告されているゾーリムシのランダムな運動に対する拡散係数の温度依存性を論ずる。

GRW では、原点から出発したウォーカーが  $N$  ステップ後に位置  $m$  に到達する確率  $W(m, N)$  に関する漸化式は

$$W(m, N) = \sum_{\alpha=\pm, 0} P_{N-1}^{\alpha}(m|m-\alpha \cdot 1) W(m-\alpha \cdot 1, N-1) \quad (1)$$

$$\left( \sum_{\alpha} P_N^{\alpha}(m+\alpha \cdot 1|m) = 1 \right)$$

で与えられる。 $m-\alpha \cdot 1$  から  $m$  へとび移る確率に対して位置 ( $m$ ) 依存性とステップ ( $N$ ) 依存性を考慮して  $P_{N-1}^{\alpha}(m|m+\alpha \cdot 1)$  と書く。この  $P_{N-1}^{\alpha}$  は以前のステップにおける  $P_{N-k}^{\alpha}$  と

$$P_{N-1}^{\alpha}(m|m-\alpha \cdot 1) = f(\{P_{N-k}^{\alpha}\}) \quad (2)$$

で示される関数関係で規定する。 $\{P_{N-k}^{\alpha}\}$  は  $P_{N-k}^{\alpha}(k=2, \dots, N)$  の組を表わし、 $f$  はモデルによって変わるウォーカーの"記憶"を表わす。この  $f$  によって、(1)の過程には、外場に対する応答、即ち一種の緩和機構がとり入れられる。

表式(1), (2)は連続体近似 ( $x = am$ ,  $t = t_0 N$ ,  $a^2/t_0 = \text{一定}$ ,  $a \rightarrow 0$ ,  $t_0 \rightarrow 0$ ) ではそれぞれ F P 方程式と一般には非線型の微分方程式,

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \frac{a}{t_0} (P^+(t) - P^-(t)) W + \frac{a^2}{2 t_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (1 - P^0(t)) W \quad (3)$$

$$\frac{\partial P^{\alpha}(t)}{\partial t} = f(P^{\alpha}(t); C(\alpha)) \quad (4)$$

となる。(ここでは  $P_N^{\alpha}$  の  $m$  依存性を省いた)  $C(\alpha)$  は  $P_N^{\alpha}$  の漸化式における遷移確率を表わし、後で分かる様に  $C(\alpha) = C_0$  (定数) は緩和時間の逆数である。

今  $f$  として、 $n$  個の過去の時系列に依存する  $P_n (= P_n(\alpha, t | \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n))$  で規定された  $n$  重マルコフ過程のモデルを考える：

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_n}{\partial t} = & - \left[ \sum_{j=1}^n C_j(\alpha_j) \right] P_n(\alpha, t | \alpha_1, \dots, \alpha_n) \\ & - \sum_k C_k(\alpha_k) P_n(\alpha, t | \alpha_1, \dots, -\alpha_k, \dots, \alpha_n) \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、時系列の添字を位置を表わすパラメーターと見れば Glauber モデル<sup>3)</sup> と同じである。 $\langle \alpha_k \rangle$  を

$$\langle \alpha_k \rangle = \sum_{\{\alpha\}} \alpha_k P_n(\alpha, t | \alpha_1, \dots, \alpha_n) \quad (6)$$

で定義して、 $\langle \alpha_k \rangle$  を  $P^+(t) - P^-(t)$  と等しいものとする。特に  $C_k(\alpha_k)$  が方向  $(\alpha_k, \alpha_j)$  間の結合係数  $J$ 、環境の状態を示すパラメーター  $\beta$  によって、 $\exp(-\beta J \alpha_k (\alpha_{k-1} + \alpha_{k+1}))$  の依存性を持つ場合、 $C_k(\alpha_k)$  の表式は

$$C_k(\alpha) = \frac{1}{2} C_0 \left[ 1 - \frac{A}{2} \alpha_k (\alpha_{k-1} + \alpha_{k+1}) \right], \quad (A = \tanh \beta J) \quad (7)$$

となる。又、 $\langle \dot{\alpha}_k \rangle$  は(5)と(7)から

$$\langle \dot{\alpha}_k \rangle = -\langle \alpha_k \rangle + \langle \tanh \frac{\beta J}{2} (\alpha_{k-1} + \alpha_{k+1}) \rangle \quad (8)$$

で与えられる。この表式は

$$\langle \dot{\alpha}_k \rangle = -\frac{1}{\tau} [\langle \alpha_k \rangle - \langle \alpha_k \rangle_e], \quad (\tau \equiv \frac{1}{C_0}) \quad (9)$$

$$(\langle \alpha_k \rangle_e \equiv \sum_{\alpha_k} \alpha_k e^{-\frac{\beta J}{2} (\langle \alpha_{k-1} \rangle + \langle \alpha_{k+1} \rangle)} / \sum_{\alpha} e^{-\frac{\beta J}{2} (\langle \alpha_{k-1} \rangle + \langle \alpha_{k+1} \rangle)})$$

と変形出来る事<sup>4)</sup> から(4)の  $C(\alpha) = C_0$  は緩和時間の逆数であることが分かる。従って  $t > \tau$  では(8)の定常状態  $\langle \alpha_k \rangle = \tanh \beta J \langle \alpha_k \rangle$  の解  $\langle \alpha_k \rangle$  を(3)式の  $P^+(t) - P^-(t)$  に代入し、Einstein の関係式を適用すれば、拡散係数  $D (= \frac{a^2}{2t_0} (1 - P^0))$  は

$$D = \frac{kT}{r_0} \langle \alpha_k \rangle, \quad (r_0 \equiv \frac{1}{t_0}) \quad (10)$$

となる。これを図示したものが Fig.1 である。

$T_c = J/k_B$  で(10)の温度依存性は、Kawakubo-Tsuchiya の実験結果と同じ傾向を示す。即ち RW に(5)で特徴づけられた記憶を入れることによって  $D$  の温度依存性が説明出来る。このモデルでは更に  $\langle \alpha_k \rangle$  にイジングスピンの臨界緩和等<sup>5)</sup> の現象を取り入れることも可能でこれに“応答した”  $D$  のふるまいを議論出来る。又(1)の漸化式を2次元化し、 $f$  として Work-Fujita<sup>6)</sup> のモデルを使えば、より現実的な2次元のゾーリムシのランダムな運動を調べることが出来る。

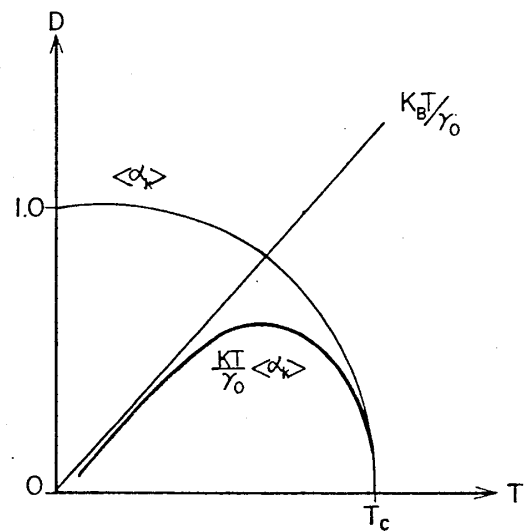


Fig. 1

文 献

- 1) H. Hara, 物性研究 33, E 28 (1980) F5 (1981).
- 2) T. Kawakubo and Y. Tsuchiya; J. Prorozool 28 (3), 342 (1981).
- 3) R. J. Glauber; J. Math. Phys. 4, 294 (1963).
- 4) T. Oguchi; 磁性体の理論.
- 5) M. Suzuki and R. Kubo; J. Phys. Soc. Japan 24, 51 (1968).
- 6) R. N. Work and S. Fujita; J. Chem. P. 45 3779 (1966).

反応係数に周期外力をもつ非線型反応系

京大・教養 富 田 博 之

非線型反応系

$$\begin{aligned}\dot{X} &= AZ - BXY^2 \\ \dot{Y} &= -YZ + BXY^2 \\ \dot{Z} &= -AZ + YZ\end{aligned}\tag{1}$$

を考察する。これは星間ガスと超新星の爆発残留物の間の熱交換による星間物質の発展を単純化したもので、 $Z$ は warm gas,  $Y$ は hot gas,  $X$ は cold cloud の占める質量である。質量保存  $X+Y+Z = \text{const.} (\equiv 1)$  が成立っているので、 $Z$ を消去して2変数系

$$\begin{aligned}\dot{X} &= -BXY^2 + A(1-X-Y) \\ \dot{Y} &= -Y(1-X-Y) + BXY^2\end{aligned}\tag{2}$$

を扱うことにする。この解を表わす  $XY$  面での軌道は、 $X=0$ ,  $Y=0$ ,  $X+Y=1$  で囲まれた三角形の中から出発する限り、この三角形の中にとじこめられており、

$A > 1$  では  $(0, 1)$  が node (case a)

$A < 1$  では  $(0, 1)$  は saddle となり、 $((1-A)/(1+AB), A)$  に focus が現われ、

$B > (1-2A)/A^2$  では focus は安定 (case b)

$B < (1-2A)/A^2$  では focus は不安定で、これを囲む limit cycle が現われる。(case c)

また、いずれの場合にも  $(1, 0)$  は2次の不安定点 (saddle-like) で、この近傍では軌道は長時間滞在する。